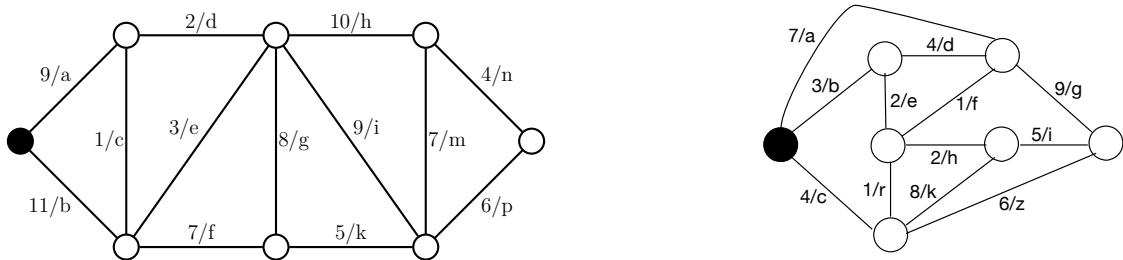


## Präsenzübung 8

Besprechung: 8.12.25 – 12.12.25

**Aufgabe 1: Minimale Spannbäume** (mündlich, keine Punkte)

In folgenden beiden Graphen ist für jede Kante ein Gewicht und eine Id angegeben:



Konstruieren Sie für beide Graphen einen minimalen Spannbaum ...

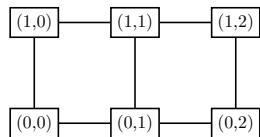
- ... mittels Kruskal's Algorithmus. Geben Sie die Kanten-Ids des resultierenden Spannbaums in der Reihenfolge ihrer Hinzufügung an.
- ... mittels Prim's Algorithmus, gestartet am schwarzen Knoten. Geben Sie die Kanten-Ids des resultierenden Spannbaums in der Reihenfolge ihrer Hinzufügung an.

**Aufgabe 2: Eindeutigkeit minimaler Spannbäume** (mündlich, keine Punkte)

- Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass ein zusammenhängender kantengewichteter Graph im Allgemeinen mehrere minimale Spannbäume besitzen kann.
- Beweisen Sie: Falls in einem zusammenhängenden Graphen die Kantengewichte paarweise verschieden sind, so besitzt der Graph einen eindeutigen minimalen Spannbaum.

**Aufgabe 3: Gittergraph** (mündlich, keine Punkte)

Sei  $G = (V, E)$  der zweidimensionale, ungewichtete  $m \times n$ -Gitter-Graph, definiert per  $V = \{0, \dots, m-1\} \times \{0, \dots, n-1\}$  und  $E = \{((a, b), (c, d)) \in V \times V \mid |a - c| + |b - d| = 1\}$ . Zur Visualisierung wird der Knoten  $(x, y)$  auf der entsprechenden kartesischen Koordinate platziert, siehe folgendes Beispiel für  $m = 3$  und  $n = 2$ :



- In welcher (Kürzesten-Wege-)Distanz liegt die untere linke Ecke zur oberen rechten?
- In welcher Distanz liegen zwei beliebige Knoten  $(a, b) \in V$  und  $(c, d) \in V$ ?
- Wieviele verschiedene kürzeste Wege gibt es zwischen  $(a, b) \in V$  und  $(c, d) \in V$ ?

Begründen Sie jeweils kurz.