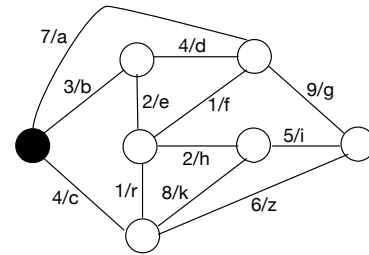
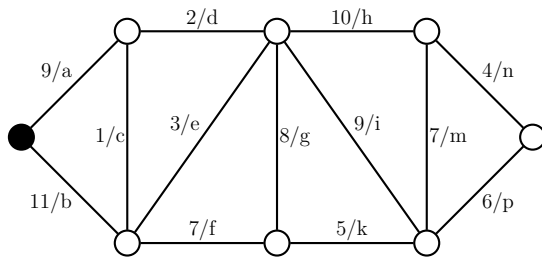


Präsenzübung 8

Besprechung: 8.12.25 – 12.12.25

Aufgabe 1: Minimale Spannbäume (mündlich, keine Punkte)

In folgenden beiden Graphen ist für jede Kante ein Gewicht und eine Id angegeben:



Konstruieren Sie für beide Graphen einen minimalen Spannbaum ...

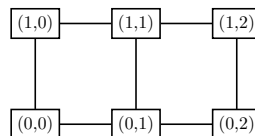
- ... mittels Kruskal's Algorithmus. Geben Sie die Kanten-Ids des resultierenden Spannbaums in der Reihenfolge ihrer Hinzufügung an.
- ... mittels Prim's Algorithmus, gestartet am schwarzen Knoten. Geben Sie die Kanten-Ids des resultierenden Spannbaums in der Reihenfolge ihrer Hinzufügung an.

Aufgabe 2: Eindeutigkeit minimaler Spannbäume (mündlich, keine Punkte)

- Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass ein zusammenhängender kantengewichteter Graph im Allgemeinen mehrere minimale Spannbäume besitzen kann.
- Beweisen Sie: Falls in einem zusammenhängenden Graphen die Kantengewichte paarweise verschieden sind, so besitzt der Graph einen eindeutigen minimalen Spannbaum.

Aufgabe 3: Gittergraph (mündlich, keine Punkte)

Sei $G = (V, E)$ der zweidimensionale, ungewichtete $m \times n$ -Gitter-Graph, definiert per $V = \{0, \dots, m-1\} \times \{0, \dots, n-1\}$ und $E = \{((a, b), (c, d)) \in V \times V \mid |a - c| + |b - d| = 1\}$. Zur Visualisierung wird der Knoten (x, y) auf der entsprechenden kartesischen Koordinate platziert, siehe folgendes Beispiel für $m = 3$ und $n = 2$:



- In welcher (Kürzesten-Wege-)Distanz liegt die untere linke Ecke zur oberen rechten?
- In welcher Distanz liegen zwei beliebige Knoten $(a, b) \in V$ und $(c, d) \in V$?
- Wieviele verschiedene kürzeste Wege gibt es zwischen $(a, b) \in V$ und $(c, d) \in V$?

Begründen Sie jeweils kurz.