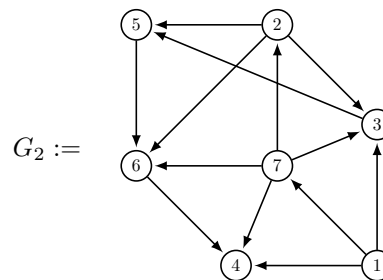
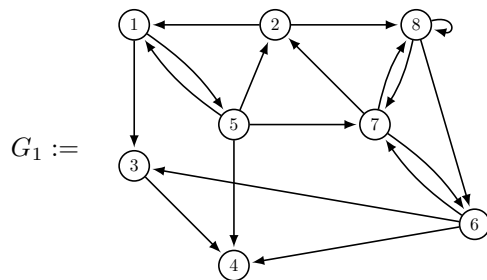


Präsenzübung 3

Besprechung: 5.11.18 – 9.11.18

Aufgabe 1: DFS/BFS (mündlich, keine Punkte)

Gegeben sind die folgenden beiden Graphen:



Nehmen Sie im Folgenden stets an, dass die Adjazenzlisten aufsteigend anhand der Knoten-Ids sortiert sind. Geben Sie für G_1 die Knoten-Ids in der Reihenfolge an, ...

- ..., in der sie bei einer Tiefensuche gestartet an 1 grau gefärbt werden.
- ..., in der sie bei einer Tiefensuche gestartet an 1 schwarz gefärbt werden.
- ..., in der sie bei einer Breitensuche gestartet an 1 grau gefärbt werden.
- Entscheiden Sie für jeden Graphen, ob eine mit ihm konsistente topologische Sortierung existiert. Geben Sie eine solche an, oder beweisen Sie warum keine existiert.
- Sind die möglicherweise in Aufgabe (d) gefundenen topologischen Sortierungen eindeutig? Beweisen oder widerlegen Sie.
- Geben Sie die starken Zusammenhangskomponenten der Graphen an.

Aufgabe 2: Graphen-Repräsentation (mündlich, keine Punkte)

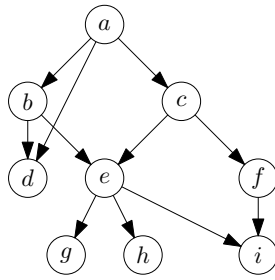
Sei $G = (V, E)$ ein ungewichteter Graph mit $n = |V|$ Knoten und $m = |E|$ Kanten, einmal gegeben als Adjazenzmatrix $A : V \times V \rightarrow \{0, 1\}$, sowie einmal als Adjazenzlisten L_i für $i \in V$. Beschreiben Sie formal, woran man an der Adjazenzmatrix bzw. den Adjazenzlisten erkennt, dass G die folgenden Eigenschaften hat, und bestimmen Sie die Laufzeit in Abhängigkeit von n und m zur Ermittlung dieser Eigenschaft.

- G enthält eine Kante von i nach j
- G ist ungerichtet, oder gerichtet mit $(i, j) \in E \Leftrightarrow (j, i) \in E$
- G ist schleifenfrei ("Schleife" = Kante eines Knotens zu sich selbst)
- G hat maximalen (Ausgangs-)Grad $\leq c$ für ein gegebenes $c \in \mathbb{N}$

Aufgabe 3: Adjazenzmatrix vs. Adjazenzliste (mündlich, keine Punkte)

Sei $G = (V, E)$ der abgebildete gerichtete Graph.

- Berechnen Sie die Adjazenzmatrix und die Adjazenzliste für G .
- Wenden Sie den Algorithmus aus der Vorlesung auf Ihre Adjazenzliste aus (a) an, um eine topologische Sortierung von G zu berechnen.



(c) Der *transponierte Graph* eines Graphen $G = (V, E)$ ist der Graph $G' = (V, E')$, wobei

$$E' := \{(v, u) \mid (u, v) \in E\}.$$

Nehmen Sie an, dass G als Adjazenzmatrix vorliegt. Beschreiben Sie einen Algorithmus, der den transponierten Graph G' in einer Laufzeit von $\mathcal{O}(|V|^2)$ berechnet.

(d) Nehmen Sie nun an, dass G als Adjazenzliste vorliegt. Beschreiben Sie einen Algorithmus, der den transponierten Graph G' in einer Laufzeit von $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ berechnet.