Freiwilliges Bonuspunkteblatt

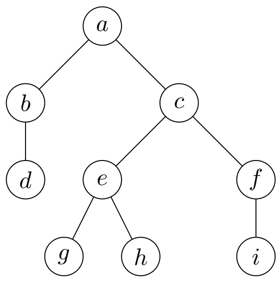
Abgabe am 4.02.2019

Freiwillige Zusatzaufgabe 1 (Minimale Spannbäume, 5 Punkte)
Minimale Spannbäume können wie folgt charakterisiert werden:
Ein Spannbaum $T = (V, E')$ eines gewichteten Graphen $G = (V, E)$ ist ein minimaler Spannbaum genau dann, wenn für jede Kante $e' \in E'$ gilt: Entfernt man e' aus T, so zerfällt T in zwei Zusammenhangskomponenten Z_1 und Z_2, sodass e' eine Schnittkante bezüglich (Z_1, Z_2) in G mit minimalem Gewicht ist.

Sei nun ein zusammenhängender kantengewichteter Graph $G = (V, E)$ und ein minimaler Spannbaum $T = (V, E')$ von G gegeben. Dann wird das Gewicht einer Kante $e \in E'$ erhöht. Verwenden Sie obige Charakterisierung, um ein Verfahren anzugeben, das einen minimalen Spannbaum im so veränderten Graphen berechnet und dabei die Informationen nutzt, die durch die Kenntnis von T gegeben sind. Beweisen Sie die Korrektheit Ihres Verfahrens.

Freiwillige Zusatzaufgabe 2 (Dynamisches Programmieren, 1 + 4 + 4 + 1 Punkte) Gegeben ein Baum $T = (V, E)$, wobei V die Menge der Knoten und E die Menge der Kanten zwischen diesen Knoten sind. Eine *unabhängige Menge* ist eine Menge $M \subseteq V$, sodass für alle $v \in M$ gilt, dass $w \notin M$, falls es eine Kante $\{v, w\} \in E$ gibt. Die unabhängige Menge M ist maximal, falls es keine andere unabhängige Menge gibt, die mehr Knoten als M enthält.

(a) Geben Sie eine maximale unabhängige Menge für das folgende Beispiel an:



(b) Beschreiben Sie einen Algorithmus mit Dynamischem Programmieren, der eine maximale unabhängige Menge von einem Baum T berechnet.

(c) Begründen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus.

(d) Wie ist die Laufzeit Ihres Verfahrens?

Hinweis: Lösungen, die kein Dynamisches Programmieren verwenden, werden mit 0 Punkten bewertet.

Freiwillige Zusatzaufgabe 3 (Scheduling mittels kürzester Pfade, 5 Punkte) Die folgende Tabelle zeigt die möglichen Einsatzzeiträume sieben freiberuflicher Taxifahrer, welche für den jeweiligen Zeitraum ganz oder gar nicht zum angegebenen Gesamtpreis gebucht werden können. Wir möchten mit minimalen Kosten sicherstellen, dass jederzeit von 9-17 Uhr zumindest ein Taxifahrer im Einsatz ist. Lösen Sie dieses Scheduling-Problem als ein Kürzeste-Pfade-Problem in einem geeigneten Graphen.

Mitarbeiter	A	B	C	D	E	F	G
Zeitraum	9-13	9-11	12-15	12-17	14-17	13-16	16-17
Kosten	30	18	21	38	20	22	9